# Das doppelt angewandte
# Kerr'sche Phänomen
als
## Hilfsmittel für die Vergleichung
von
## Kapacitäten und Selbstinduktionen.

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der
Philosophischen Doktorwürde
vorgelegt
der hohen philosophischen Fakultät
der Landes-Universität zu Rostock i. M.
von

**Karl Bergwitz**
aus Wolfenbüttel (Braunschweig.)

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Rostock.
Carl Hinstorffs Buchdruckerei.
1899.

Ref. Herr Prof. Dr. Wachsmuth.

# Inhalt.


| | Seite |
|---|---|
| I. Einleitung . . . . . | 5—10 |
| a. Das einfache Kerr'sche Phänomen und seine Anwendung auf die Messung momentaner elektrischer Spannungen . . . . . | 5—6 |
| b. Das doppelt angewandte Kerr'sche Phänomen und seine Anwendung auf die Messung von Phasenunterschieden . . . . . | 7—10 |
| II. Theorie des Wechselstromkreises . | 11—19 |
| a. einfache Stromkreise . . . . . | 11—18 |
| α. analytische Behandlung . . . | 11—17 |
| β. graphische Behandlung . . . | 17—18 |
| b. verzweigte Stromkreise . . . . | 18—19 |
| III Die Versuche . . . . . | 19—34 |
| a. Apparate . . . . . | 19—24 |
| b. Versuchsanordnung . . . . . | 25 |
| c. Hülfsmessungen . . . . . | 25—27 |
| d. Kapacitätsbestimmungen . . . . | 28—31 |
| e. Bestimmung von Selbstinduktionskoefficienten . . . . . | 31—34 |
| IV. Schlussbetrachtung . . . . . | 34—36 |

# I.

## a.

### Das einfache Kerr'sche Phänomen und seine Anwendung auf die Messung momentaner elektrischer Spannungen.

Bei den nachfolgenden Versuchen ging ich von der durch Kerr[1] entdeckten Erscheinung aus, dass isotrope Dielektrika im elektrischen Felde das Licht doppelt brechen. Diese Doppelbrechung ist besonders stark in isotropen Flüssigkeiten wie Benzol, Terpentinöl u. a., am stärksten zeigt sie sich bei Schwefelkohlenstoff, falls derselbe staubrein und frisch destilliert ist.

Bringt man also Schwefelkohlenstoff zwischen zwei auf verschiedene Potentiale geladene Elektroden, so verhält er sich wie ein einaxiger Krystall z. B. wie eine Kalkspathplatte. Dementsprechend tritt bei gekreuzten Nikols Aufhellung ein, wenn ihre Polarisationsebenen unter $45^0$ gegen die elektrischen Kraftlinien geneigt sind.

---

[1]) J. Kerr. Phil. Mag. (5) 9, 158. 1880.

Mit der Beobachtung und Berechnung dieser Doppelbrechung befassten sich vor allem Röntgen[1] und Quincke,[2] und sie bestätigten den von Kerr gefundenen Satz, dass der Phasenunterschied zwischen senkrecht und parallel zur Richtung der elektrischen Kraftlinien polarisierten Lichtstrahlen proportional dem Quadrate der elektrischen Potentialdifferenz, und umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes der Elektroden ist.

Theoretische Erwägungen über die Entstehungsweise der Doppelbrechung findet man in den Abhandlungen von Pockels.[3]

Nachdem es Blondlot'[4] gelungen war, mit Hilfe eines schnell rotierenden Spiegels nachzuweisen, dass sich die Veränderung des doppeltbrechenden Dielektrikums mit ausserordentlicher Geschwindigkeit, etwa innerhalb $^1/_{2000}$ bis $^1/_{4900}$ Sekunde vollzieht, verwirklichte Des Condres[5] zuerst den Gedanken Colley's[6], das Kerr'sche Phänomen für das Studium elektrischer Schwingungen zu verwenden. Kürzlich hat dann Hess[7] mit Hilfe der Doppelbrechung die langsamen Schwingungen von Induktorien untersucht.

---

[1]) Röntgen, Wied. Ann. **10.** 77, 1880.
[2]) Quincke: Wied. Ann. **19.** 730, 1883.
Wied. Ann. **33.** 538. 1887.
[3]) Pockels: Electrostriction und Magnetostriction 83. Greifswald.
Pockels. Nachr. d. K. Gesellschaft d. Wiss. in Göttingen. **2.** 1896.
[4]) Blondlot. Compt. Rend. **106.** 349, 1880.
[5]) Des Condres. Verhandl. d. Versamml. deutsch. Naturf. und Ärzte i. Nürnberg. (2) **1.** 67, 1893.
[6]) Colley. Wied. Ann. **44.** 132, (Anmerkung). 1891.
[7]) Hess, Untersuchnngen an Induktorien. Inaug.-Dissert. Rostock. 1898.
auch Wied. Ann. **66.** 980, 1898.

## b.

### Das doppelt angewandte Kerr'sche Phänomen und seine Verwendung zur Messung von Kapacitäten und Selbstinduktionen im Wechselstromkreise.

Wie bekannt vermag man die durch eine Platte eines einaxigen Krystalls hervorgerufene Doppelbrechung durch eine zweite Platte von gleicher Dicke aufzuheben, wenn man z. B. bei Kalkspath die beiden Platten so aufeinanderlegt, dass sich die Hauptschnitte der Krystalle in entgegengesetzter Lage befinden.[1]

In gleicher Weise können wir die durch ein erstes elektrisches Feld hervorgerufene Doppelbrechnung kompensieren, wenn wir ein zweites dahinter schalten, welches zwar dieselben Dimensionen, d. h. gleiche Elektrodenfläche, gleichen Elektrodenabstand und gleiche Feldstärke besitzt, dessen Kraftlinien aber senkrecht auf denen des ersten Feldes stehn.

Von dieser Thatsache überzeugte ich mich durch folgende Versuche:

Zwei vollständig gleiche mit reinem Schwefelkohlenstoff gefüllte Flüssigkeitskondensatoren, wie sie Quincke nennt ($A_1$ und $A_2$), waren so hintereinander gestellt, dass ein von der Lichtquelle L ausgehender Strahl die beiden Elektrodenpaare passieren musste. In geeigneter Stellung vor ihnen standen zwei zu einander gekreuzte Nikol'sche Prismen ($N_1$ und $N_2$), deren Polarisationsebenen

[1]) Th. Liebisch, physik. Krystallographie, 260. Leipzig. 1896.

unter $45^0$ gegen die elektrischen Kraftlinien beider Felder geneigt waren. Zur Ladung der Flüssigkeitskondensatoren diente eine Holtz'sche Influenzmaschine. Ihr negativer Pol war ständig mit der Gasleitung verbunden. — Verband ich nun die Elektrode $a_1$ des ersten Kondensators, leitete $b_1$ zur Erde ab und erregte die Maschine, so trat Aufhellung des Gesichtsfeldes ein; wurde aber zugleich auch die Elektrode $a_2$ des zweiten Kondensators mit dem positiv geladenen Maschinenkonduktor verbunden und $b_2$ mit der Erde, so verdunkelte sich das Gesichtsfeld wieder, d. h. also: das einfache Kerr'sche Phänomen wird durch das doppelt angewandte aufgehoben! — Es war bei der Erscheinung gleichgültig, ob die Kapacitäten $A_1$ und $A_2$ parallel oder hintereinander geschaltet waren. Fig. I.

Dasselbe Resultat ergab sich auch, wenn sich die Flüssigkeitskondensatoren in einem Wechselstromkreise in Parallel- oder Hintereinanderschaltung befanden, und zwar bei beliebiger Wechselzahl.

Hieraus ergiebt sich die Möglichkeit, den Einfluss zu untersuchen, welchen Kapacitäten und Selbstinduktionen auf den zeitlichen Verlauf des Wechselstromes ausüben.

Wir legen unserer Betrachtung einen Stromkreis zu Grunde, der ausser den beiden der einfacheren Darstellung wegen parallel geschalteten Flüssigkeitskondensatoren ($A_1$ und $A_2$) weiter keine Kapacität oder Selbstinduktion besitzt. Die treibende E. M. K. (D). werde durch eine Wechselstrommaschine erzeugt, und sie sei eine einfache harmonische

Funktion der Zeit, etwa eine Sinusfunktion. Es wird infolgedessen auch der Strom eine solche Funktion. Wie bekannt lässt sich jede Sinusfunktion der Zeit als eine zu einer geraden symetrische Kurve von der Periode $2\pi$ darstellen. Fig. II u. III.

Bei Erregung der E. M. K gehen zu gleicher Zeit vom positiven und negativen Pole der Wechselstrommaschine infolge der in regelmässigen Intervallen aufeinander folgenden Impulse der E. M. K. stehende Wellen aus, die sich im Punkte $C_1$ in zwei Teilwellen spalten, um sich in $C_2$ wieder zu vereinigen. Sind nun die Zweigstrecken von $C_1$ bis $C_2$ vollkommen gleich, d. h. enthalten sie gleichen Widerstand, Kapacität und Selbstinduktion der einzelnen Stromfäden, so schwingen die beiden Teilwellen in I und II synchron; oder mit anderen Worten: einem Maximum der Stromstärke im Zweigstrome I entspricht ein solches in II und umgekehrt. — Die beiden Kurven, die bei graphischer Behandlung die elektrischen Schwingungen in den beiden Zweigstromkreisen darstellen, decken sich dann vollständig.

Wie wir nun im zweiten Teil der vorliegenden Arbeit sehen werden, bewirken Selbstinduktion und Kapacität eine Verschiebung des Stromes gegenüber der E. M. K., und zwar beide im entgegengesetzten Sinne. — Schalten wir also etwa in den Zweigkreis II eine der beiden Grössen ein, so wird II gegen I um die Strecke $+\varphi$ resp. $-\varphi$ verschoben, d. h. es entsprechen sich nun nicht mehr die Maxima und Minima in beiden Teilwellen. Infolgedessen besitzen die beiden elektrischen Felder in

$A_1$ und $A_2$ nicht mehr zu gleicher Zeit eine gleiche Intensität, sie vermögen sich nun nicht mehr vollständig gegenseitig aufzuheben, und das Gesichtsfeld wird periodisch erhellt werden. Diese Helligkeit ist am intensivsten, wenn die Phasenverschiebung beider Zweigströme gegen einander gerade $90^0$ beträgt, denn dann entsprechen sich gerade Maximum und Minimum wechselseitig in $A_1$ und $A_2$.

Um nun den experimentellen Teil der Arbeit nicht wiederholentlich mit theoretischen Erwägungen durchflechten zu müssen, sei es mir gestattet, einen kurzen Überblick über die Theorie des Wechselstromkreises zu geben.[1]

---

[1]) G. Benischke. Magnetismus und Electrikität. Berlin. 1896.
F. Bedell u. A. C. Crehore. Theorie d. Wechselströme. Berlin. 1895.
J. J. Thomson. Mathem. Theorie der Elektricität und des Magnetismus. Braunschweig 1897.

# II.

## a.

### Einfache Wechselstromkreise.

α.

Analytische Behandlung.

Ist uns ein einfacher Stromkreis mit Widerstand, Selbstinduktion und Kapacität vorgelegt, so lautet die sogenannte: Spannungsgleichung:

$$e = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + \int \frac{i \cdot dt}{C.} \qquad \text{I.}$$

in welcher

R = Ohm'scher Widerstand des Stromkreises,
L = Koefficient der Selbstinduktion
und C = Kapacität der eingeschalteten Kondensatoren ist.

Wie wir sehen, ist die resultierende E. M. K. (e). die Summe aus den drei Grössen:

$R \cdot i$: welches die zur Überwindung des Ohm'schen Widerstandes nötige E. M. K. ist,

$L \frac{di}{dt}$: die E. M. K, die zur Überwindung der Selbstinduktion dient,

und $\int \frac{i \cdot dt}{C}$ : die E. M. K, die die E. M. K. des Kondensators unterdrückt.

Um nun unsere Spannungsgleichung in eine Differentialgleichung überzuführen, differentieren wir sie nach t und erhalten, wenn man noch durch L dividiert:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\cdot\frac{di}{dt} + \frac{1}{L\cdot C}\cdot i = \frac{1}{L}\cdot\frac{de}{dt}; \qquad \text{II.}$$

Es wirke nun im Stromkreise eine periodisch elektromotorische Kraft von der Form:

$$e = E\cdot\sin\cdot\alpha = E\cdot\sin p\cdot t. \qquad \text{III.}$$

wo

E.: die Maximalamplitude der die E. M. K. darstellenden Welle,

$\alpha$: der in der Zeit t. beschriebene Winkel

und: $p = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$: die Winkelgeschwindigkeit bedeutet.

Die Formel III. stellt uns eine Sinusfunktion der Zeit vor; es ist daher der Strom auch harmonisch veränderlich. — Bilden wir aus III das Differential und setzen den erhaltenen Wert in II ein, so erhalten wir:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R\cdot di}{L\,dt} + \frac{1}{L\cdot C}\cdot i = \frac{Ep.}{L}\cos\cdot p\cdot t \qquad \text{IV.}$$

$$= \frac{}{T} \qquad 1.$$

Dieses ist eine inhomogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koefficienten. — Integrieren wir sie mittels der Methode der „Variation der Konstanten" (Lagrange).

Sind uns die Lösungen der Gleichung:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R\cdot di}{Ldt} + \frac{1}{LC}\,i = o \qquad 2.$$

bekannt,

als $i_1$ und $i_2$, so ist die Lösung von 1. nach der Variation der Konstanten:

$$i = i_1 \left\{ \int \frac{T.dt}{i_2 \cdot \frac{d\,(i_1/i_2)}{dt}} + c_1 \right\} + i_2 \left\{ \int \frac{T \cdot dt}{i_1 \cdot \frac{d\,(i_2/i_1)}{dt}} + C_2 \right\} 3.$$

Die Lösung von 2 sei: $e^{\alpha t}$, so ist:

$$\alpha^2 + \frac{R}{L} \cdot \alpha + \frac{1}{L \cdot C} = 0.$$

oder

$$\alpha = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{-\frac{1}{L \cdot C} + \frac{R^2}{4L^2}}$$

$$\text{oder: } \alpha_1 = -\frac{R \cdot C - \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}{2 \cdot L \cdot C} = -\frac{1}{T_1}$$

$$\text{und: } \alpha_2 = -\frac{R \cdot C + \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}{2 \cdot L \cdot C} = -\frac{1}{T_2}$$

$$\text{folglich ist: } i_1 = e^{-\frac{t}{T_1}} \text{ und } i_2 = e^{-\frac{t}{T_2}}$$

Führen wir nun die beiden Integrale in 3 aus: es ist:

$$\frac{i_1}{i_2} = e^{(\alpha_1 - \alpha_2)\,t}$$

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{i_1}{i_2}\right\} = \{\alpha_1 - \alpha_2\} \cdot e^{\{\alpha_1 - \alpha_2\} \cdot t}$$

$$i_2 \cdot \frac{d}{dt}\left\{\frac{i_1}{i_2}\right\} = \{\alpha_1 - \alpha_2\} \cdot e^{\alpha_1 t}$$

in gleicher Weise erhält man:

$$i_1 \cdot \frac{d}{dt}\left\{\frac{i_2}{i_1}\right\} = \{\alpha_2 - \alpha_1\} \cdot e^{\alpha_2 t}.$$

es wird dann:

$$\left\{ \int \frac{T \cdot dt}{i_2 \cdot \frac{d}{dt}\left\{\frac{i_1}{i_2}\right\}} = \frac{E \cdot p'}{L \cdot \{\alpha_1 - \alpha_2\}} \left\{ \int \frac{\cos p' t}{e^{\alpha_1 t}} \cdot dt \right.\right.$$

Behandeln wir nun das Integral der rechten Seite nach der Methode der partiellen Integration:

$$\int \cos \cdot p \cdot t \cdot e^{-\alpha t} \cdot dt =$$

$$= -\frac{\cos \cdot pt \cdot e^{-\alpha t}}{\alpha} - \frac{p}{\alpha} \cdot \int e^{-\alpha t} \cdot \sin pt \cdot dt.$$

$$= -\frac{\cos pt \cdot e^{-\alpha t}}{\alpha} + \frac{p \cdot \sin pt \cdot e^{-\alpha t}}{\alpha^2} -$$

$$- \frac{p^2}{\alpha^2} \int e^{-\alpha t} \cdot \cos pt \cdot dt.$$

also:

$$\int \cos p \cdot t e^{-\alpha t} \cdot dt = \frac{\{p \cdot \sin \cdot pt - \alpha \cos pt\} \cdot e^{-\alpha t}}{p^2 + \alpha^2}$$

folglich ist:

$$i = \frac{E \cdot p}{L \cdot \{\alpha_1 - \alpha_2\}} \left\{ \frac{p \cdot \sin pt - \alpha_1 \cos pt}{p^2 + \alpha_1^2} - \frac{p \cdot \sin pt - \alpha_2 \cos pt.}{p^2 + \alpha_2^2} \right\}$$

$$+ c_1 \cdot e^{\alpha_1 t} + c_2 \cdot e^{\alpha_2 t}.$$

Bringen wir den Klammerausdruck auf gemeinsamen Nenner und addieren, so erhalten wir:

$$- p^2 \{\alpha_1 - \alpha_2\} \cos pt - \{\alpha_1^2 - \alpha_2^2\} p \cdot \sin pt +$$
$$\alpha_1 \alpha_2 \{\alpha_1 - \alpha_2\} \cos pt.$$

Also wird:

$$i = \frac{Ep.}{L \cdot (p^2 + \alpha_1^2)(p^2 + \alpha_2^2)} \cdot \left\{ - p \{\alpha_1 + \alpha_2\} \sin pt + \{\alpha_1 \alpha_2 - p^2\} \cdot \cos \cdot pt \right\}$$

$$+ c_1 \cdot e^{\alpha_1 t} + c_2 \cdot e^{\alpha_2 t}$$

Setzt man nun:

$$\sin\psi = \frac{\alpha_1\,\alpha_2 - p^2}{\sqrt{\{p^2+\alpha_1^2\}\cdot\{p^2+\alpha_2^2\}}}$$

und

$$\cos\psi = -\frac{p\,(\alpha_1+\alpha_2)\cdot}{\sqrt{\{p^2+\alpha_1^2\}\cdot\{p^2+\alpha_2^2\}}}$$

also:

$$\text{tang}\,\psi = -\frac{\alpha_1\,\alpha_2 - p^2.}{p\,\{\alpha_1+\alpha_2\}}$$

so kann man schreiben:

$$i = \frac{E.}{\frac{L}{p.}\sqrt{\{p^2+\alpha_1^2\}\{p^2+\alpha_2^2\}}}\cdot\sin\{pt+\phi.\} + c_1\cdot e^{\alpha_1 t} + c_2\cdot e^{\alpha_2 t.}$$

Setzt man hier die Werte von $\alpha_1$ und $\alpha_2$ ein, so ist:

$$i = \frac{E.}{\sqrt{R^2+\left\{\frac{1}{Cp}-Lp\right\}^2}}\cdot\sin\cdot(pt+\phi). + c_1\cdot e^{\alpha_1 t} + c_2\cdot e^{\alpha_2 t.V.}$$

wo:

$$\phi = \text{arc. tang.}\left\{\frac{1}{CR\,p}-\frac{L\,p}{R}\right\}.\ \text{ist.}$$

Dieses ist die vollständige Lösung für den genannten Strom. Sie giebt uns zugleich auch die Phasenverschiebung an, die der Strom gegen die gegebene E. M. K. erleidet; sie beträgt, wenn wir sie mit $\phi$ bezeichnen:

$$\text{tang}\cdot\phi = \frac{p}{R}\cdot\left\{\frac{1}{C.p^2}-L.\right\} \qquad \text{VI.}$$

Setzt man: $L = \frac{1}{C \cdot p^2}$ so wird:

$$\text{tang } \phi = 0 \text{ oder: } \phi = 0.$$ d. h.

es ist keine Phasenverschiebung des Stromes gegenüber der E. M. K. erfolgt.

Es ist deshalb evident, dass Selbstinduktion und Kapacität einander entgegenwirken, und dass ihre Wirkungen sich gegenseitig sogar vernichten können. — Wollen wir dieses analytisch genauer fixieren und den Sinn der Phasenverschiebung wissen, d. h. erfahren, ob der Strom bei eingeschalteter Selbstinduktion oder Kapacität der gegebenen E. M. K. vorauseilt oder nachbleibt, so müssen wir zwei Stromkreise betrachten, die entweder Kapacität oder Selbstinduktion enthalten.

Befindet sich in einem Stromkreise nur Selbstinduktion und Widerstand, so ist $C = \infty$. Setzt man diesen Wert in Formel VI ein, so erhält man:

$$\text{tang } \phi = \frac{-Lp}{R}$$

Die hervorgebrachte Phasenverschiebung ist negativ, d. h. die Selbstinduktion verzögert um $\frac{Lp}{R}$ den Strom gegenüber der treibenden E. M. K. der Maschine.

Nehmen wir einen Stromkreis, der nur Kapacität und Widerstand enthält, so muss man in Gleichung VI $L = 0$ einsetzen. Dann ist also die Phasenverschiebung:

$$\text{tang } \phi = \frac{1}{C \cdot R \cdot p}$$

Dieser Wert ist positiv, d. h. eine Kapacität erteilt dem Strome eine Phasenbeschleunigung gegenüber der treibenden E. M. K.

## β

## graphische Behandlung.

Die Beziehungen der einzelnen E. M. K. K. der Spannungsgleichung lassen sich durch das sogenannte Dreieck der elektromotorischen Kräfte ausdrücken, aus dem wir direkt die Phasenverschiebung ablesen können. Man stellt dabei die einzelnen E. M. K. K. durch ihren Werten entsprechende Strecken dar und setzt diese zu einem rechtwinkligem Dreiecke zusammen.

Enthält der Stromkreis Widerstand und Selbstinduktion, so beschreibt man über der die treibende E. M. K. repräsentirende Strecke (e = A O) von O. resp. A aus Kreise mit R. J und L. p. J als Radien, wo J die Maximalamplitude des Stromes bedeutet. — Die Phasenverschiebung beträgt:

$$\text{tang}\,\phi = \frac{Lp}{R.}$$

Dass wir die Kreise nach unten beschrieben haben, soll die Phasenverzögerung bedeuten. Fig. IV.

In gleicher Weise verfährt man bei der Konstruktion des Dreiecks der E. M. K. K. für Stromkreise mit Widerstand und Kapacität, nur dass man, da es sich um eine Phasenbeschleunigung handelt, die Kreise nach oben beschreibt und den Radius

des Kreises aus A gleich $\frac{J.}{Cp}$ macht. — Die Phasenbeschleunigung ist:

$$\text{tang } \phi = \frac{1}{R \cdot C \cdot p.} \qquad \text{Fig. V.}$$

Will man für Stromkreise mit Widerstand, Selbstinduktion und Kapacität das Dreieck der E. M. K. K. konstruieren, so muss man zwei der in Betracht kommenden Grössen in eine zusammenziehen. Wie oben bewiesen ist, sind die E. M. K. der Selbstinduktion und die der Kapacität einander entgegengesetzt. Wir können also die eine Kathete unseres Dreiecks als die Differenz der beiden genannten E. M. K. K. darstellen. Die Phasenverschiebung wird dann positiv oder negativ, jenachdem eben die E. M. K. der Kapacität oder die der Selbstinduktion überwiegt. — Die Konstruktion zeigt die Figur VI.

## b.

### verzweigte Stromkreise.

Um bei verzweigten Stromkreisen die resultierende Stromstärke und Phasenverschiebung zu finden, bedient man sich selten der umständlichen analytischen Behandlungsweise, sondern man wendet die schneller zum Ziel führende und dabei anschaulichere graphische Methode an.

Uns interessiert aber garnicht die resultierende Phasenverschiebung, sondern nur die, die zwischen den einzelnen Stromzweigen statt hat. — Wählen

wir zur Erläuterung das Stromsystem, wie wir es auf Seite 8 angewendet haben, so konstruieren wir uns, da wir für beide Stromzweige doch dieselbe treibende E. M. K. haben, über e für jeden einzelnen Zweig das Dreieck der E. M. K. Wir können uns dann den Winkel $\beta$, der die Phasenverschiebung beider Zweigströme gegeneinander bedeuten soll, berechnen und zwar aus den Phasenverschiebungen der Zweigströme $\psi_1$ und $\psi_2$. Fig. VII. — Es ist

$$\beta = \left\{ \psi_1 - \psi_2 \right\}.$$

folglich:

$$\text{tang}: \beta = \text{tang} \left\{ \psi_1 - \psi_2 \right\} = \frac{p \,.\, (R_1 C_1 - R_2 C_2)}{p \,.\, R_1 R_2 C_1 C_2 + 1}.$$

Da nun vorausgesetzt war, dass $R_1 = R_2$ und $C_1 = C_2$ sein sollte, so wird in diesem Falle;

$$\text{tang}: \beta = o \text{ oder } \beta = o$$

d. h. der Strom schwingt in beiden Zweigen synchron.

Wir erhalten also dasselbe Resultat, wie wir es aus unseren früheren Betrachtungen auf Seite 9 gefunden haben.

# III.

## a.

### Apparate.

Der zu den vorliegenden Untersuchungen benutzte Apparat wurde in Braunschweig nach Vorschrift angefertigt. Er ist einfach eine Kombination

zweier solcher Flüssigkeitskondensatoren, wie sie Quincke bei seinen Arbeiten über elektrische Doppelbrechung angewandt hat, nur war, um die Elektrodenpaare besser und genauer justieren zu können Parallelopipedform des Flüssigkeitskondensators gewählt. — Der parallelopipedförmige Glastrog war 5 cm. hoch, 5 cm. breit und 42 cm. lang. In der Mitte wurde er durch eine Planplatte in zwei Abteilungen geteilt; die offenen Enden waren ebenfalls mit Planplatten verschlossen. Damit der Schluss auch ein fester war, wurden die beiden schliessenden Glasplatten durch spiralförmige Stahlfedern fest gegen den Trog gepresst. — Zu dem Zwecke befanden sich in den vier Ecken der Planplatten je eine Durchbohrung. Durch diese ragte eine vernickelte Stahlstange, die an dem einen Ende mit einem Schraubengewinde versehen war. Auf dem Gewinde befanden sich zwei Schraubenmuttern, die sich ihre planen Seiten zukehrten; zwischen diese wurde die Planplatte gebracht. Am entgegengesetzten Ende war durch die Stahlstange ein kleines Loch gebohrt, in welches die Spiralfeder eingehängt wurde, die andererseits wieder mit der Stange, die sich in der gegenüberliegenden Planplatte befand, verbunden war. Vermittelst der Schrauben am Kopfe der Stangen konnte man die Platten mit kräftigem Druck gegen den Trog pressen. Jedoch durfte man diesen nicht übertreiben, da sonst die Glasplatten doppelbrechend wurden, und so störend auf die Beobachtung einwirkten. Deshalb wurden die Schrauben weniger fest angezogen, und weil

dann der leicht verdampfende Schwefelkohlenstoff durchsickerte, die Fugen mit Fischleim gedichtet. — In den Mitten beider Abteilungen des Kondensators befanden sich die Kondensatorplatten. Ihre Zuführungen waren in der einen Abteilung in den Mitten der Seitenwände des Troges eingekittet, während sie in der andern in der Mitte des Bodens und der des Deckels sich befanden, so dass die vier Elektroden je zu zweien, sich genau gegenüber und parallel zu einander standen, während die Elektrodenpaare beider Abteilungen mit einander einen Winkel von $90^0$ bildeten. — Die Elektroden waren vernickelte Messingplatten 19,1 cm. lang und 2,9 cm. breit; ihr Abstand von einander betrug: 4 mm.

Sehr viel Arbeit verursachte die Justierung der Elektroden, zumal sich die anfangs gewählte Konstruktion nicht bewährte. — Die Kondensatorplatten waren zuerst in abgestumpfte Glasprismen gebettet; die die Elektroden stützten und auch zu einander parallel in dem bestimmten Abstand hielten. Da sich aber die Elektricität längs der Oberfläche der Glasprismen durch einen Funken einen Weg bahnte und das Glas zertrümmerte, so entfernte ich die Prismen und suchte durch gut abgeschliffene Glasröhren, die die Belegungen nur seitlich berührten, die Elektroden zu stützen.

Leider hatte die Firma auch nicht die Mahnung berücksichtigt, den Glaskasten mit einem Kitt zusammenzufügen, der in Schwefelkohlenstoff unlöslich ist. Hieraus entstanden viel unnütze Arbeiten; fast täglich musste ich undicht gewordene Stellen

Stellen kitten und nach jedesmaligem Arbeiten mit dem Kondensator ihn entleeren. Darunter litt wieder die Reinheit des Schwefelkohlenstoffs, und er musste häufig destilliert werden. Gefüllt wurde der Apparat durch zwei im Deckel befindliche Löcher, die dann durch eine Planplatte verschlossen wurden, und vermittelst eines Glashebers wurde er entleert. Damit zwischen den Zuleitungen und den Stahlstangen keine Funken überspringen konnten, waren beide dick mit Lack überzogen, wie solcher bei photographischen Negativs Anwendung findet. Fig. VIII.

Während der Versuche ruhte der Flüssigkeitskondensator in einem festen Holzgestell, wie es die Figur IX. zeigt, in der $N_1$ und $N_2$ die sich genau concentrisch gegenüberstehenden Nikol'schen Prismen bezeichnen.

Zur Vergrösserung des Gesichtsfeldes befand sich vor dem analysierenden Prisma noch ein Fernrohr (F).

Als Lichtquelle wurde eine Glühlampe von 110 Volt gewählt; sie befand sich in einem Blechgefässe, auf welchem seitlich eine plankonvexe Linse befestigt war, um die austretenden Lichtstrahlen konvergent zu machen.

Zur Erzeugung eines hochgespannten Wechselstromes wandte ich ein grösseres Induktorium älterer Konstruktion an. Um die Wechselzahl beliebig variieren zu können, war der Neef'sche Hammer durch einen Foucault'schen Interruptor ersetzt, der durch ein besonderes Element getrieben wurde, und

zu dessen Hauptunterbrechungsstelle der Kondensator des Induktoriums parallel geschaltet war.

Zum Schluss ist noch der Kondensator zu erwähnen, den ich zur Vergleichung mit andern benutzte, und den ich kurz als „Messkondensator“ bezeichne.

Bei den hohen Spannungen, die zur Anwendung kamen, musste von der Benutzung eines Luftkondensators Abstand genommen werden. Auch Kondensatoren aus Glas und Glimmer, Dielektrika, die am wenigsten die bei Messungen so unangenehme Eigenschaft des Residuums besitzen, konnten nicht verwendet werden, da der Kondensator beliebig variabel sein musste.

Ich benutzte daher als Dielektrikum eine Flüssigkeit. Ich stellte mir einen Kreisplattenkondensator her, der mit reinem Anilin von der Dielektricitätskonstante 7,20 gefüllt wurde. Beide Platten befanden sich in einem Glasgefäss; während die untere aber befestigt war, konnte der Abstand der zweiten gegen die erste variiert werden. Von der oberen Platte führte nämlich eine dicke Messingstange durch eine sie vom Deckel isolierende Glasröhre und durch eine auf dieser lagernden verstellbaren Ebonitkugel nach aussen. Bei der Veränderung der Stellung der Platten blieben sie genau einander parallel und gegenüber. Ihre Verschiebung konnte direkt an einer Teilung auf der Messingstange oberhalb der Kugel abgelesen werden. — Einen Hauptdurchschnitt des Kondensators giebt uns die Zeichnung Figur X.

Da kein Normalkondensator vorhanden war, so konnte die Aichung des Messkondensators nur mit Hülfe der unter c. erwähnten Methode des ballistischen Galvanometers durchgeführt werden. Infolge der kleinen Kapacität des Kondensators gab jedoch das angewandte sehr empfindliche Deprez-d'Arsonval Galvanometer nur kleine Ausschläge, und nur bis zur Entfernung der Platten von 2 cm. konnte man überhaupt genau ablesen. Die auf diese Weise für die Entfernung 1 cm. und 2 cm. ermittelten Werte deckten sich ziemlich gut mit den Werten, die aus der Formel:

$$C = \frac{r^2}{4a} + \frac{r}{4\pi}\left\{ \ln \cdot \frac{16\,\pi\, r(a+d)}{a^2} - 1 + \frac{d}{a} \ln \frac{a+d}{d} \right\}$$

gewonnen waren. Es wurden daher die Zwischenwerte entsprechend der Teilung interpoliert und von 2—3 cm extrapoliert. — Es ergaben sich so folgende Werte:*

| Abstand in cm. | Capacität in E. S. E. | Capacität in. M. F. |
|---|---|---|
| 1.0. | 144.905. | 0.00016100. |
| 1.1. | 133.911. | 0.00014879. |
| 1.2. | 124.701. | 0.00013866. |
| 1.3. | 116.952. | 0.00012995. |
| 1.4. | 110.086. | 0.00012232. |
| 1.5. | 103.722. | 0.00011525. |
| 1.6. | 98.528. | 0.00010947. |
| 1.7. | 93.409. | 0.00010379. |
| 1.8. | 90.241. | 0.00010027. |
| 1.9. | 86.520. | 0.00009613. |
| 2.0. | 83.167. | 0.00009240. |
| 2.2. | 77.312. | 0.00008591. |
| 2.4. | 72.381. | 0.00008043. |
| 2.6. | 68.165. | 0.00007574. |
| 2.8. | 64.506. | 0.00007167. |
| 3.0. | 61.301. | 0.00006811. |

*) bei 18° C.

## b.

### Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung giebt die Figur XI.

Der Strom zum Betriebe des Induktoriums wurde den Akkumulatoren des physikalischen Institutes entnommen. Er ging durch einen Flüssigkeitswiderstand, ein Amperemeter, den Interruptor und die Primärspule; dann lieferte uns die Sekundär spule den hochgespannten Strom zum Erregen der beiden elektrischen Felder in $A_1$ und $A_2$. Die Schaltung der beiden Kondensatoren war dieselb wie auf Seite 8, nur war in den Sekundärkreis eine Sicherheitsfunkenstrecke eingeschaltet, so dass lieber ein Funken in der Funkenstrecke überging als zwischen den Belegungen der Kondensatoren. Diesen gegenüber befanden sich das polarisierende und analysierende Prisma ($N_1$ und $N_2$), und L bezeichnet die Lichtquelle.

## c.

### Hülfsmessungen.

Zuerst handelte es sich um die Bestimmung der Unterbrechungszahl, um dadurch p zu ermitteln. Nach Seite 12 war:

$$p = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

n wurde auf stroboskopischem Wege ermittelt. — Eine stroboskopische Scheibe mit m sich diametral gegenüber liegenden Löchern war auf einer Centrifugalmaschine befestigt, die mit der Hand betrieben wurde. Drehte man die Maschine so, dass man durch

die Löcher hindurch b ruhende Bilder der auf dem Neef'schen Hammer befestigten schwingenden Pendelstange erblickte, so war:

$$n = \frac{m}{b} \cdot k \text{ pro. Sec.,}$$

wo k die Umdrehungszahl der Scheibe bedeutet. k selbst wurde aus dem Umdrehungsverhältnis der beiden Centrifugenräder (u), der Umdrehungszahl ($k^1$) des grösseren Rades der Maschine, die man direkt zählen konnte, und der Länge der Beobachtungszeit (t) berechnet:

$$k = \frac{uk^1}{t}$$

Dann ist also

$$p = 2\pi n = 2\pi \cdot \frac{m}{b} \cdot \frac{uk^1}{t.}$$

Als zweite Hülfsmessung ist die Bestimmung der Kapacitäten einiger Leydener Flaschen zu nennen. Diese wurde vermittelst eines sehr empfindlichen ballistischen Deprez-d'Arsonval Galvanometers ausgeführt. — Die zu messende Kapacität wurde durch eine Elektricitätsquelle hoher Spannung geladen und durch das Galvanometer entladen. Die hindurchgegangene Elektricitätsmenge wird dann aus dem erhaltenen Ausschlag $\alpha$ und aus der Formel ermittelt:

$$E_{coulomb} = C_{Amp.} \frac{T}{\pi \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}}} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \cdot \frac{\pi}{\Lambda}} \cdot \alpha$$

wo C den Reduktionsfaktor, $\alpha$ den Ausschlag des Galvanometers und T die gedämpfte Schwingungsdauer bedeutet. Es ist dann der Wert der Kapacität:

$$C_{Farad} = \frac{E_{coulomb.}}{V_{volt.}}$$

Für jede Kapacität wurden sechs Ausschläge am Galvanometer gemessen, dann das Mittel genommen und Reduktionsfaktor und Dämpfungsverhältnis bestimmt; dann nach der angegebenen Formel die Kapacität berechnet.

Die dritte Hülfsmessung war die Bestimmung der Dielektricitätskonstante einer Glasplatte. Sie wurde ermittelt aus dem Verhältnis der Ausschläge, die ein gut isolierter grosser Kohlrausch'scher Kondensator gab, der einmal die Glasplatte als Dielektrikum enthielt, das zweite Mal nur durch Luft isoliert war:

$$\frac{\alpha \text{Glas}}{\alpha \text{Luft}} = D.$$

Die Dielektricitätskonstanten der Flüssigkeiten im Beobachtungs- und Messkondensator wurden vermittelst des Nernst'schen Apparates durch Kompensation des Leitvermögens des betreffenden Dielektrikums gemessen.

Dann ist noch die Messung einiger mittlerer Selbstinduktionskoefficienten zu erwähnen. Ich bediente mich zu diesem Zwecke einer Kombination der Methoden von Dorn und von Rayleigh, indem einmal der Ausschlag beobachtet wurde, den eine in einen Seitenzweig der Wheatstone'schen Brücke eingeschaltete Selbstinduktion beim Öffnen und Schliessen des Stromes gab und das andere Mal der Ausschlag, den ein vor die Selbstinduktion geschalteter kleiner Widerstand erzeugte.

## d.

### Kapacitätsbestimmungen.

Verhältnismässig einfach war die Vergleichung von Kondensatoren, deren Kapacität den Wert von etwa 150 . E. S. E. nicht überschritt. — Noch grössere Kapacitäten liessen sich nicht mehr ohne weiteres messen, weil sie einerseits eine nur ganz geringe Phasenverschiebung hervorbrachten, und weil andererseits mit steigender Kapacität auch die Stromstärke in den Zweigen stieg, und infolgedessen Funken im Beobachtungskondensator das Erkennen der vollständigen Dunkelheit des Gesichtsfeldes unmöglich machten. — Die Ausführung der Messung war folgende: Der zu messende Kondensator war in den einen Zweig geschaltet, während sich der Messkondensator im Gegenzweige befand. Dieser wurde nun vermittelst seines isolierten Griffes so lange vorsichtig verstellt, bis das Gesichtsfeld längere Zeit hindurch vollkommen dunkel blieb, in diesem Falle waren dann die Kapacitäten einander gleich. — Ich bestimmte auf diese Weise die Kapacitäten einiger selbtsgefertigter Franklin'scher Tafeln, deren Werte ich genau nach der Formel:

$$C = \frac{F \,.\, D.}{4\pi \,.\, d.}$$

berechnen konnte, da mir die Fläche der Belegung F.) bekannt war, ebenso der Abstand der Belegungen (d) und die Dielektricitätskonstante des die Belegungen trennenden Mediums. — Es folgen einige Beobachtungsresultate: Die Tabelle giebt in

Kolumne I. die Stellung des Messkondensators, in II. den dieser Stellung entsprechenden Wert, in III. das Resultat der Berechnung und in IV. die Differenzen beider Kapacitätswerte:

| | I. cm. | II. E.S.E. | III. E.S.E. | IV. ESE. |
|---|---|---|---|---|
| genau: | 1.6. | 98.528. | 98.421. | + 0.10. |
| genau: | 2.4. | 72.380. | 72.312. | + 0.07. |
| fast: | 1.2. | 130.000. | 130.590. | − 0.59. |
| fast: | 1.8. | 92.000. | 92.780. | — 0.78. |

Umständlicher war die Messung grösserer Kapacitäten insofern, als sie keine merkbare Phasenverschiebung des einen Zweigstromes dem andern gegenüber hervorbrachten. — Sollte also eine grössere Kapacität gemessen werden, so musste folgendermassen verfahren werden: Die grosse Kapacität wurde mit einer genau bekannten kleinen, die den Wert von 150 ESE. nicht überschritt, in Serie geschaltelt, dann war die dieser Kombination äquivalente Kapacität etwas kleiner als die des vorgeschalteten Hülfskondensators. — Damit nun das Gesichtsfeld bei Erregung des Wechselstromes dunkel blieb, war es nötig, dass in beiden Zweigen gleiche Kapacitäten lagen; dass also die Bedingung erfüllt wurde:

$$\frac{C_s\, C_m}{C_s + C_m} = \frac{C_s\, C_v\, C_L}{C_v\, C_L + C_s\, C_L + C_s\, C_v}.$$

oder da sich $C_s^2$ heraushebt:

$$C_L = \frac{C_m \cdot C_v}{C_v - C_m}$$

wo bedeutet:

| | | |
|---|---|---|
| $C_s$ | die Kapacität | des Beobachtungskondensators |
| $C_m$. | | des Messkondensators |
| $C_v$. | | des Hülfskondensators |
| $C_L$ | | des zu messenden Kondensators. |

Bestimmt wurden so die bekannten Kapacitäten von vier grössern Leydner Flaschen. In folgenden Tabellen finden sich die Beobachtungsresultate, die die Mittel aus je sechs Messungen sind. Die Kolumne I giebt die nach der behandelten Methode gefundenen Werte, Kolumne II die Werte, welche nach der unter c erwähnten Methode ermittelt wurden, und III die Differenz beider.

Bei einem vorgeschalteten Hülfskondensator, dessen Kapacität betrug:

$$C_{VI} = 0{,}000\,1451 \text{ M. F.}$$

waren die gefundenen Werte:

| | I. M. F. | II. M. F. | III. M. F. |
|---|---|---|---|
| CI | 0.0029851. | 0.0029839. | 0.0000012. |
| CII | 0.0014960. | 0.0014967. | 0.0000007. |
| CIII | 0.0012440. | 0.0012860. | 0.0000420. |
| CIV | 0.0009801. | 0.0010672. | 0.0000871. |

Bei einem vorgeschalteten Hülfskondensator von:

$$C_{VII} = 0.00010936 \text{ M. F.}$$

waren die Werte:

| | I. M. F. | II. M. F. | III. M. F. |
|---|---|---|---|
| CI | 0.0026362. | 0.0029839. | 0.0003470. |
| CII | 0.0014992. | 0.0014967. | 0.0000045. |
| CIII | 0.0013110. | 0.0012860. | 0.0001250. |
| CIV | 0.0009867. | 0.0010672. | 0.0000805. |

## e.

### Bestimmungen von Selbstinduktionskoefficienten.

Durch Selbstinduktionen, die mir zur Verfügung standen, (Sekundärspiralen von Induktorien) und deren grösster mittlerer wirksamer Koefficient, (denn wegen der Veränderlichkeit der magnetischen Permeabilität des innliegenden Eisenkerns kann nur von einem solchen die Rede sein) im elektromagnetischen Masssystem ausgedrückt:

$$L = 200 \times 10^9 \text{. EME.}$$

betrug, wurde keine Phasenverschiebung der beiden Zweigströme gegeneinander erzielt, trotzdem doch die berechnete Phasenverschiebung bei einem Widerstande der Selbstinduktion von 16 800 Ω über $49^0\ 58'$ beträgt. — Deshalb stellte ich mir eine Selbstinduktion mit sehr kleinem Widerstande her, um bei möglichst grosser Phasenverschiebung in beiden Zweigen doch noch möglichst gleiche Intensität zu haben.

Ein Kabel von 0·1395 Ω war zu einem Solenoid gewickelt; der Kern bestand aus weichen Eisendrähten, die durch eine Oxydschicht von einander

isoliert waren. Der mittlere Selbstinduktionskoefficient betrug:

$$107{,}42 \times 10^5 \text{ E. M. E.}$$

bei einem Widerstande von 0.1395 Ω und einem Werte p = 100 beträgt dann die Phasenverschiebung:

$$\varphi = 82^0\ 37'.$$

Aber auch hier war von einer Aufhellung des Gesichtsfeldes nichts zu merken. — Der Grund dafür ist folgender: Um den Zweigstrom 1 gegen 2 zu verschieben, hat die Selbstinduktion in der von uns angewendeten Schaltung allein die Aufgabe, die E. M. K. des entgegenwirkenden Flüssigkeitskondensators aufzuheben. Die Bedingung dafür ist erfüllt, wenn

$$L = \frac{1}{p^2 Cs}$$

ist. Die Dielektricitätskonstante des Schwefelkohlenstoffs war 2,6. Es ist dann der Wert des Flüssigkeitskondensators:

$$Cs = 34{,}62 \times \frac{1}{9} \cdot 10^{-20} \text{ E. M. E.}$$

$$= 3{,}85 \cdot 10^{-20} \text{ E. M. E.}$$

Der geforderten Bedingung ist also dann Genüge gethan, wenn

$$L = 2597400 \times 10^{10} \text{ E. M. E.}$$

beträgt.

Da eine derartige Selbstinduktion nicht zu erzielen war, so suchte ich durch Vergrösserung der Wechselzahl zum Ziele zu gelangen. Vermittelst des Wehnelt'schen elektrolytischen Unter-

breches,[1] der einfach an Stelle des Foucault-schen Interruptors mit Ausschaltung des Fizeau-schen Kondensators im Induktorium geschaltet war, und der durch den Maschinenstrom der städtischen Centrale unter Vorschaltung eines Glühlampen-widerstandes gespeist wurde, steigerte ich p auf ungefähr 3000. — Aber auch so war die Selbst-induktion noch zu klein, um die gewünschte Wirkung auszuüben.

Es blieb mir dann also nur übrig, die Kapacität des der Selbstinduktion vorgelagerten Flüssigkeits-kondensators zu vergrössern. Jedoch auch dieses konnte nicht zum Ziele führen, weil einerseits eine unendliche Kapacität dazu erforderlich ist, anderer-seits durch die Parallelschaltung einer so grossen Kapacität die Potentialdifferenzen der Belegungen des Kondensators sich so verminderten, dass die elektrischen Felder zu schwach wurden, um Doppel-brechung des Schwefelkohlenstoffs zu bewirken. — Diesen Übelstand vermochte ich auch nicht durch Graphit- oder Flüssigkeitswiderstände zu beseitigen, die den scheinbaren Widerständen der Beobachtungs-kondensatoren angemessen waren und sich vor dem parallel geschalteten Kondensator befanden.

Da die praktische Ausführung der Messung von Selbstinduktion und Kapacität in Serienschaltung also auf unüberwindliche Schwierigkeiten stiess, so

---

[1]) Verhandl. d. deutsch. physik. Gesellschaft. Jahrg. 1. Nr. 2. 17. Februar 1899. „Über den elektrolytischen Unterbrecher von P. Spies und A. Wehnelt.

stellte ich den Versuch an, mit Parallelschaltung von Selbstinduktion und Kapacität zum gewünschten Ziele zu gelangen.

Befindet sich Selbstinduktion und Kapacität in Parallelschaltung, so ist infolge der damit auftretenden Stromresonanz der Vorgang sehr kompliciert. Es beträgt die Phasenverschiebung, die ein parallelgeschaltetes System von Kapacität und Selbstinduktion hervorruft:

$$\text{tang}\,\psi = \frac{p.}{R}\,\frac{CR^2 - L.}{1 + p^2 CL.}$$

Soll nun diese Phasenverschiebung $\psi = o$ sein, so ist dieses offenbar der Fall, wenn

$$L = C \cdot R^2 .$$

ist. Für unsere Verhältnisse also ist bei gegebenem Selbstinduktionskoefficienten und gegebenen Widerstand:

$$L = 107.42 \times 10^5 \cdot \text{E. M. E.}$$

$$\text{und } R = \quad 0.1395 \times 10^9 \cdot \text{E. M. E.}$$

eine Kapacität erforderlich, deren Wert beträgt:

$$C = 0.5529\,\text{Farad.}$$

eine Kapacität, die für mich unmöglich zu erreichen war.

## IV.

Es ergiebt sich also, dass eine Messung von Selbstinduktionskoefficienten praktisch sehr schwierig, wenn nicht unausführbar ist. Denn ganz abgesehen davon, dass unsere Methode hinsichtlich

des Umfanges der zur Verwendung gelangenden Potentiale an sehr enge Grenzen geknüpft ist, ergeben sich bei der praktischen Ausführung dieser Messungen, die theoretisch sehr wohl denkbar und begründet sind, unüberwindliche Schwierigkeiten. Bei den gebräuchlichen Werten der Wechselzahl die man noch bequem messen kann, ergeben sich für die zu vergleichenden Kapacitäten oder Selbstinduktionen, je nachdem die eine oder andere Grösse gegeben ist, so grosse Werte, wie man sie wohl selten zu seiner Verfügung vorfindet. — Vielleicht kann man durch Steigerung der Wechselzahl, die erforderlichen Werte der zu messenden Selbstinduktionen und Kapacitäten genügend verkleinern.

Günstiger kann man die Methode bei reinen Kapacitätsvergleichen beurteilen. Die angegebenen Tabellen weisen zwar keine guten, aber immerhin zufriedenstellende Resultate auf. Die Ungenauigkeiten der Resultate sind eine Folge des ungenauen Arbeitens der Apparate. Es brauchten im Beobachtungskondensator die Elektroden sich nur um ein ganz Geringes gegen einander zu verschieben, oder der Abstand der Belegungen des einen von dem des andern Kondensators nur wenig abzuweichen, so war die Gleichheit der elektrischen Wechselfelder gestört, und deshalb ein Maximum der Dunkelheit garnicht zu erhalten. — Wie man dann noch ferner sieht, variieren die Stellungen des Messkondensators kaum um einzelne mm von einander. Der genaue Elektrodenabstand liess sich daher nur schwierig ermitteln; und die Möglichkeit

einer genauen Messung ist nur dem Umstande zu verdanken, dass der Wert des Messkondensators immer etwas geringer war als der des im andern Zweige vorgeschalteten bekannten kleinen Kondensators. — Ferner waren die Kapacitäten des Mess- und des Vorschaltungskondensators, wenn auch sehr genähert, so doch nicht vollkommen genau bekannt, so dass auch dieses zu Ungenauigkeiten führte.

Nun gehört aber die Bestimmung von Kapacitäten[1] zu den subtilsten elektrischen Messungen, da die Beschaffenheit des die Belegungen des Kondensators trennenden Dielektrikums auf die jeweiligen Resultate von ganz bedeutendem Einfluss ist. Denn ähnlich der elastischen Nachwirkung bei mechanischen Materialbeanspruchungen tritt bei der Ladung eines Kondensators, zumal mit so hohen Spannungen, wie sie unsere Methode bedingte, in dem Dielektrikum eine starke dielektrische Nachwirkung ein. — Infolgedessen kann eine wirksame Kapacität keinen feststehenden Wert haben, sondern sie ist allemal an die jeweiligen Ladungs- und Entladungsvorgänge gebunden. Es ist deshalb ersichtlich, dass Messungsresultate mit stationärem Strom sich nicht genau mit denen decken, die man mit Hülfe von Wechselstrom ermittelt hat. — So können wir wohl die Differenzen der gemessenen und der bekannten Kapacitätswerte verstehen.

---

[1]) Heinke: Wied. Ann. **54**. 577. 1895.

Fig. VII. zu Seite 19.

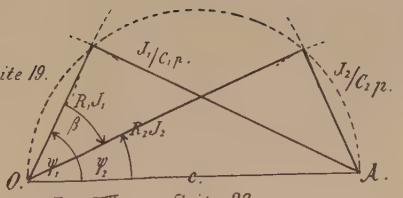



Fig. VIII. zu Seite 22.

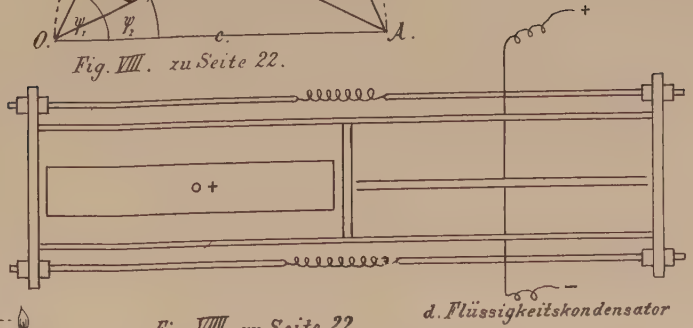



Fig I. zu Seite 8.

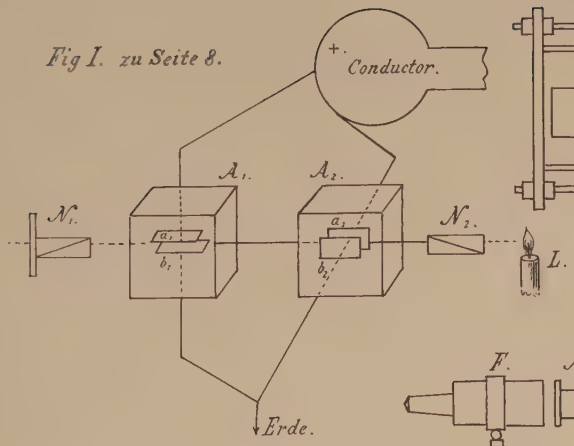



Fig. VIIII. zu Seite 22.

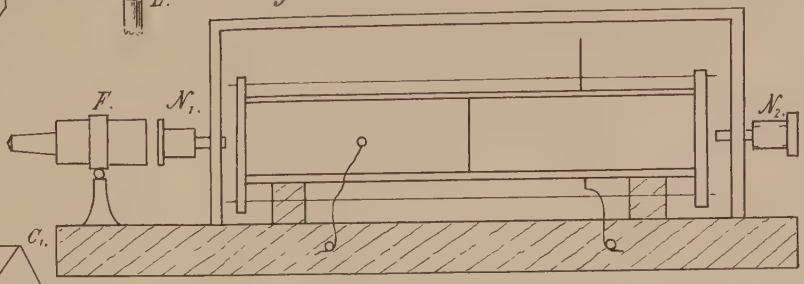



Fig. II. zu Seite 8-9.

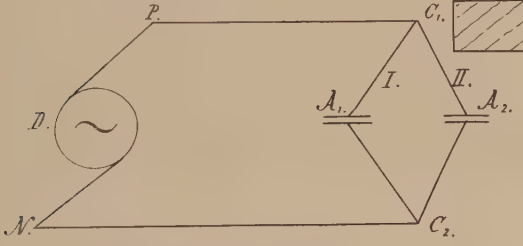



Fig. III. zu Seite 9-10

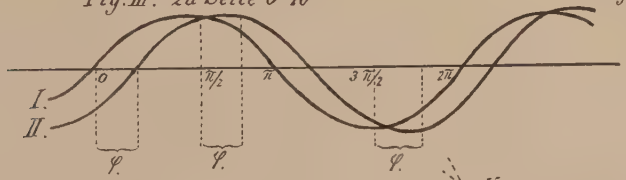



Fig. X. zu Seite 23. d. Messkondensator.

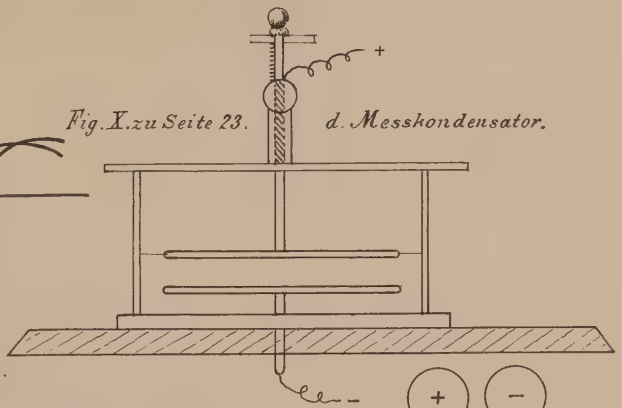



Fig. V. zu Seite 18.

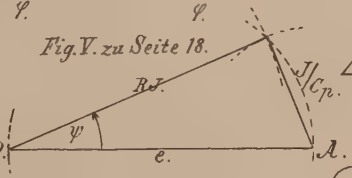



Fig. IV. zu Seite 17.

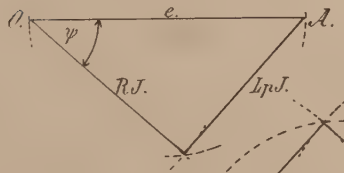



Fig. XI. zu Seite 25.

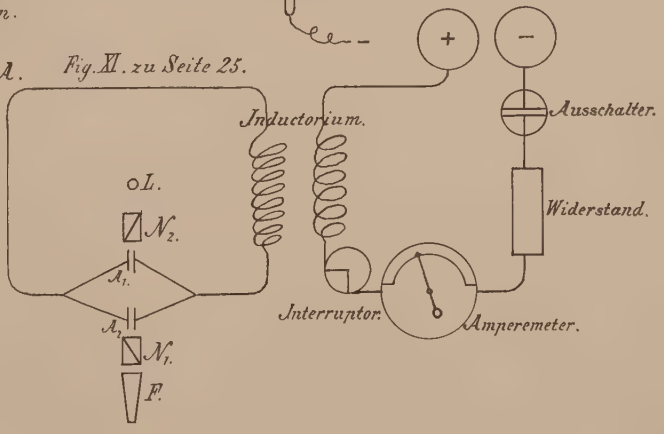
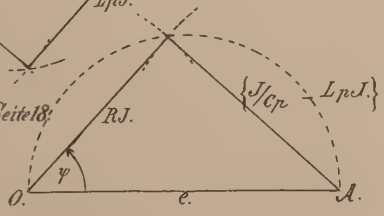



Fig. VI. zu Seite 18.



Vorliegende Arbeit wurde im hiesigen physikalischen Institute auf Veranlassung und unter Leitung des Herrn Professor Dr. R. Wachsmuth ausgeführt.

Es sei mir an dieser Stelle gestattet, meinen hochverehrten Lehrern, Herrn Professor Dr. phil. et. med. L. Matthiessen und Herrn Professor Dr. Wachsmuth, für die mir bei meinen Untersuchungen in liebenswürdigster Weise gewährte Unterstützung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.